Chapitre 1 :Cours de mécanique sur les solides en rotation autour d'un axe fixe

Objectifs : A l'issue de la leçon, l'apprenant doit :

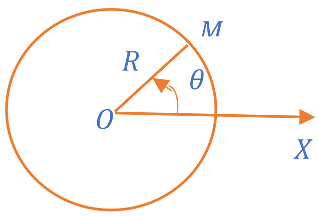
- ✓ Savoir calculer la vitesse linéaire d'un point d'un solide, connaissant la vitesse angulaire.
- ✓ Savoir convertir en $rad.s^{-1}$ une vitesse angulaire exprimée en tr/min.
- ✓ Savoir établir l'équation horaire du mouvement.
- ✓ Savoir calculer la période et la fréquence du mouvement.

Travail à effectuer : en mode **distanciel** ; activités 1 et 2. En mode **présentiel**, cours ci-dessous

Introduction : Les photos ci-dessous montrent le volent d'une voiture et l'éventail du moteur d'un avion . Ces deux systèmes sont constitués de corps solides animés d'un mouvement de rotation autour d'un axe fixe . Qu'est-ce qu'un mouvement de rotation ? quelles sont donc ses caractéristiques ?

1. Qu'est-ce qu'un mouvement circulaire ?

Un point mobile M est en mouvement dit circulaire si celui-ci se déplace sur un cercle fixe de centre O et de Rayon R. Les coordonnées les plus adaptées à la description de ce mouvement sont les coordonnées polaires :



Le pont M est repéré : ▪ par la distance R constante par rapport à O ▪ et par l'abscisse angulaire θ

Lorsque le point M s'est déplacé sur le cercle d'un angle θ, il aura parcouru une distance d (arc de cercle) appelée : abscisse curviligne telle que : $d[\mathrm{m}] = R[\mathrm{m}] \times \theta[\mathrm{rad}]$

2. Quelle est la vitesse linéaire du point M ?

On obtient la vitesse linéaire $\boldsymbol{v}$ du point M en dérivant cette dernière relation : $\boldsymbol{v} = \frac{\boldsymbol{d(R\theta)}}{\boldsymbol{dt}} = \boldsymbol{R}\frac{\boldsymbol{d\theta}}{\boldsymbol{dt}}$

3. Quelle est la vitesse angulaire du point M ?

On définit la vitesse angulaire $\boldsymbol{\omega}$ de M par la relation : $\boldsymbol{\omega_{[rad.s^{-1}]}} = \frac{\boldsymbol{d\theta_{[rad]}}}{\boldsymbol{dt_{[s]}}}$; $\boldsymbol{\omega_i} = \frac{\boldsymbol{\theta_{i+1}-\theta_{i-1}}}{\boldsymbol{t_{i+1}-t_{i-1}}}$; $\boldsymbol{\omega_m} = \frac{\boldsymbol{\theta_2-\theta_1}}{\boldsymbol{t_2-t_1}}$

4. Quelle est la relation entre la vitesse linéaire et la vitesse angulaire ?

La relation entre la vitesse linéaire de M et sa vitesse angulaire est donc: $\boldsymbol{v}\,[\mathrm{m.s^{-1}}] = \boldsymbol{R}[\mathrm{m}] \times \boldsymbol{\omega}[\mathrm{rad.}s^{-1}]$

5. Qu'est-ce qu'un solide en rotation ?

Un solide est en rotation autour d'un axe fixe, si tous les points du solide ont même vitesse angulaire.

Un rotor mobile autour d'un axe est en rotation. Chaque point du solide a néanmoins une vitesse **linéaire** différente suivant l'éloignement de l'axe de rotation. La vitesse de chaque point de l'axe est **nulle** et plus on s'éloigne de l'axe, plus la vitesse linéaire des points est **grande**.

6. Quelle est l'équation horaire du mouvement ?

Considérons un point matériel M ayant un mouvement circulaire uniforme de centre O (0.0), de rayon R et de vitesse v. Le point M a une vitesse angulaire ω constante. $\Delta\theta = \omega \times \Delta t$

$\theta - \theta_0 = \omega \times (t - t_0)$. On peut donc en déduire l'expression de l'angle formé par le vecteur OM et l'axe Ox en fonction du temps : $\boldsymbol{\theta(t) = \omega \times t + \theta_0}$. Où θ_0 est l'angle initial ($t_0=0$)

$s(t) = R \times \theta(t)$, *de même* $s_0 = R \times \theta_0$, $v = R \times \boldsymbol{\omega}$. Soit $s(t) = R \times (\omega \times t + \theta_0) = R \times \boldsymbol{\omega} \times t + R \times \theta_0$

$$\boldsymbol{S(t) = V \times t + S_0}$$

7. Quelle est la période du mouvement ?

Si le mouvement de rotation est uniforme (ω est constante) alors le mouvement est périodique car la durée mise pour effectuer un tour est constante.

La période T d'un mouvement de rotation uniforme est la durée nécessaire pour accomplir un tour.

Pour un tour, $\Delta\theta = 2\pi\, rad$; d'où $\Delta t = T$: soit $\omega = \frac{2\pi}{T}$; donc $T_{[s]} = \frac{2\pi[rad]}{\omega[\mathrm{rad.}s^{-1}]}$. Pour un nombre de tours n, $\theta = 2\pi.n$

8. Quelle est la fréquence du mouvement ?

La fréquence f d'un mouvement de rotation uniforme est le nombre des périodes par seconde, donc le nombre des tours par seconde. $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$. Par conséquent : $\omega = 2\pi \times f$. f est exprimée en hertz (Hz).

Remarque

On parlera souvent de <u>fréquence de rotation</u> ou de <u>vitesse de rotation</u> exprimée en $tr.s^{-1}$ou en $tr.min^{-1}$ce qui désignera en réalité une vitesse angulaire. $1\, tr.min^{-1} = \frac{2\pi}{60}\, rad.s^{-1}$: $1\, tr.s^{-1} = 2\pi\, rad.s^{-1}$